



Parcijalni ispit iz predmeta Matematika I

GRUPA A

1. Dokazati matematičkom indukcijom tvrdnju:

$$\sin x + \sin 3x + \sin 5x + \dots + \sin(2n-1)x = \frac{\sin^2 nx}{\sin x} \quad (n \in \mathbb{N}).$$

2. Izračunati sve vrijednosti korijena $\sqrt[3]{z}$, ako je $z = (1+i\sqrt{3})(1+i)\left(\cos\frac{\pi}{12} - i\sin\frac{\pi}{12}\right)$.
3. Izračunati sve visine u trouglu ABC ako je $\overline{AB} = 2\vec{p} - \vec{q}$, $\overline{BC} = 3\vec{q}$, $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 1$, $\angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Naći tačku A koja leži na pravoj $a: x - y - 3 = 0, 2y + z = 0$, a od prave $b: x = y = z$ je udaljena $\sqrt{6}$.

GRUPA B

1. Riješiti matricnu jednačinu $AX^{-1}B - C = AX^{-1}$, ako je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Izračunati sve vrijednosti korijena $\sqrt[4]{\frac{(1+i)^3 - (1-i)^3}{(1+i)^2 - (1-i)^2}}$.
3. Izračunati sve težišnice u trouglu ABC ako je $\overline{AC} = \vec{p} + \vec{q}$, $\overline{BC} = \vec{q} - 4\vec{p}$, $|\vec{p}| = 1$, $|\vec{q}| = 1$, $\angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Naći ravan koja prolazi kroz pravu $a: x + 5y + z = 0, x - z + 4 = 0$ i sa ravni $x - 4y - 8z + 1 = 0$ zatvara ugao od 45° .

GRUPA C

1. Koliko ima racionalnih članova u razvoju binoma $(\sqrt[3]{7} + \sqrt[4]{5})^{30}$?
2. Riješiti jednačinu u skupu kompleksnih brojeva: $x^4 - 30x^2 + 289 = 0$.
3. Izračunati uglove trougla ABC ako je zadano:

$$\overline{BA} = \overline{p} - 3\overline{q}, \overline{CA} = 2\overline{p} + \overline{q}, |\overline{p}| = 2, |\overline{q}| = 1, \angle (\overline{p}, \overline{q}) = \frac{5\pi}{6}.$$

4. Naći jednačinu prave koja siječe prave $a: \frac{x+3}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z}{1}$ i $b: \frac{x-10}{5} = \frac{y+7}{4} = \frac{z}{1}$ i paralelna je pravoj $c: \frac{x+2}{8} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-3}{1}$.

GRUPA D

1. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra a :

$$(3-2a)x + (2-a)y + z = a$$

$$(2-a)x + (2-a)y + z = 1$$

$$x + y + (2-a)z = 1$$

2. Naći sve vrijednosti korijena $\sqrt[6]{-27}$.
3. Izračunati obim i površinu trougla ABC ako je

$$\overline{AC} = 4\overline{p} + 2\overline{q}, \overline{CB} = 3\overline{q} - 2\overline{p}, |\overline{p}| = 1, |\overline{q}| = 2, \angle (\overline{p}, \overline{q}) = \frac{2\pi}{3}.$$

4. Naći jednačinu ravni koja je paralelna ravni $2x + 2y - z + 3 = 0$, a od tačke $A(1, 2, -1)$ ima udaljenost 3.